

Harmadik gyakorlat feladatainak megoldása

1. **Adottak pontok a síkon. Ezek közül hány darab található az origó k sugarú környezetén belül?**

$$A = (p : (x:Z, y:Z)^n, k : R, db : N_0)$$

$$E_f = (p=p' \text{ és } k=k')$$

$$U_f = (E_f \wedge db = \text{COUNT}(i=1..n)(\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} \leq k))$$

Visszavezetés: számlálásra

Számlálás	Feladat
$\beta(i)$	$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} \leq k$
m	1
n	n

db:=0	
i=1..n	
$\sqrt{p[i].x^2 + p[i].y^2} \leq k$	
db:=db+1	SKIP

2. **Határozzuk meg egy egész számokat tartalmazó tömb legnagyobb értékét, ami k-val osztva 1-et ad maradékul.**

$$A = (x : Z^n, \max : Z, k : Z, l : L)$$

$$E_f = (x=x' \wedge n \geq 1 \wedge k=k')$$

$$U_f = (E_f \wedge (*, \max) = \text{MAX}(i=1..n, \text{ ahol } x[i] \bmod k = 1)(x[i]))$$

Visszavezetés: feltételes maximum kiválasztásra, bár itt az ind-et nem használjuk

Felt. max. ker.	Feladat
$\beta(i)$	$x[i] \bmod k = 1$
f(i)	$x[i]$

l := ↓		
i=1..n		
$x[i] \bmod k = 1$	$x[i] \bmod k = 1 \wedge l$	$x[i] \bmod k = 1 \wedge l$
SKIP	max, l := x[i], ↑	$x[i] > \max$
		max := x[i] SKIP

3. **Néhány napon keresztül megmértük a délben a hőmérsékletet, a mért eredményeket pedig egy tömbben eltároltuk. Hányszor fordult elő, hogy 0°C volt a mérés eredménye, másnap pedig fagypont alatti?**

$$A = (x : \mathbf{Z}^n, db : \mathbf{N}_0)$$

$$E_f = (x = x')$$

$$U_f = (E_f \wedge db = \mathbf{COUNT}(i=2..n)(x[i] < 0 \wedge x[i-1] = 0))$$

Visszavezetés: számlálásra

Számlálás	Feladat
$\beta(i)$	$x[i] < 0 \wedge x[i-1] = 0$
m	2
n	n

db:=0	
i:=2..n	
x[i] < 0 \wedge x[i-1] = 0	
db:=db+1	SKIP

4. **A Föld felszínén egy egyenes mentén haladva megmértük a magasságot. Mekkora volt a legalacsonyabb tengerszinthez viszonyított magasság?**

$$A = (x : \mathbf{R}^n, \text{min} : \mathbf{R})$$

$$E_f = (x = x' \wedge n \geq 1)$$

$$U_f = (E_f \wedge (*, \text{min}) = \mathbf{MIN}(i=1..n)(x[i]))$$

Visszavezetés: maximum kiválasztásra, az ind-et itt nem használjuk

Max. ker.	Feladat
m	1
n	n
<	>
max	min

Megjegyzés: a maximum kiválasztás tételében szereplő relációs jelet itt megfordítjuk, és így minimum kiválasztás lesz belőle.

min := x[1]	
i:=2..n	
x[i] < min	
min := x[i]	SKIP

5. **Egy hegyoldalon megyünk felfelé, és útközben méréseket végzünk. Azt biztosan tudjuk, hogy a hegyoldal sosem csökken. Vajon mindig nő?**

$$A = (x : \mathbf{Q}^n, l : \mathbf{L})$$

$$E_f = (x = x')$$

$$U_f = (E_f \wedge (l, *) = \neg \text{SEARCH}(i=2..n)(x[i] > x[i-1]))$$

Visszavezetés: optimista lineáris keresésre, az ind-et nem használjuk

Opt. lin. ker	Feladat
$\beta(i)$	$x[i] > x[i-1]$
m	2
n	n

$l, i := \uparrow, 2$
$i \leq n \wedge l$
$l := \neg(x[i] > x[i-1])$
$i := i+1$

6. **Adottak x és y vektorok, ahol y elemei x indexei közül valók (például ha x 5 elemű, akkor y-ban 1-től 5-ig fordulhatnak elő számok). Van-e az x vektor y által kijelölt elemei között páros szám?**

$$A = (x : \mathbf{Z}^n, y : [1..n]^m, l : \mathbf{L})$$

$$E_f = (x = x' \wedge y = y')$$

$$U_f = (E_f \wedge (l, *) = \text{SEARCH}(i=1..m)(2 \mid x[y[i]]))$$

Visszavezetés: lineáris keresésre, az ind-et nem használjuk

Lin. ker.	Feladat
$\beta(i)$	$2 \mid x[y[i]]$
m	1
n	m

$l, i := \downarrow, 1$
$i \leq m \wedge \neg l$
$l := (2 \mid x[y[i]])$
$i := i+1$